

Considerações sobre os fatores de Fama e French

Em dois dos nossos *posts*, nós apresentamos o [modelo de Fama e French](#) (FF, 1993) e a [metodologia de cálculo](#) dos seus fatores de estilo (tamanho e valor), que se tornou padrão na literatura. Nesta nota, nós apresentamos algumas considerações sobre a construção desses fatores.¹

1. Recapitulando Fama e French (1993)

Vamos lembrar o modelo proposto por FF e os testes realizados para validá-lo.

1.1 O modelo proposto

Fama e French (1993) propõem um modelo de precificação que inclui o fator de mercado preconizado pelo CAPM, assim como os fatores tamanho (*SMB, small-minus-big firms*) e valor (*HML, high-minus-low book-to-market*) identificados em FF (1992):

$$E(R) = R_f + \beta_{MKT}(E(R_M) - R_f) + \beta_{SMB}E(SMB) + \beta_{HML}E(HML)$$

Uma pergunta natural é por que o modelo em FF (1993) inclui o fator de mercado se FF (1992) constatam que apenas as variáveis tamanho e valor são suficientes para explicar a variação no retorno das ações?

Na realidade, ambos os trabalhos concluem que essas variáveis são capazes de explicar as diferenças entre os retornos médios das ações. No entanto, a

análise em FF (1992) é feita olhando para cortes transversais dos dados (uma regressão para cada mês – *cross-section analysis*), enquanto FF (1993) analisam dados de séries temporais (*time series analysis*). Com isso, fica claro que apenas os fatores tamanho e valor não são capazes de explicar a diferença entre as médias dos retornos das ações e da taxa livre de risco ao longo do tempo. Para isso, é necessário incluir o fator de mercado.

1.2 Os testes realizados

Para testar o modelo proposto, FF (1993) estimam regressões do tipo:

$$R_{it} = \alpha_i + R_{ft} + \beta_{MKT,i}(R_{Mt} - R_{ft}) + \beta_{SMB,i}SMB_t + \beta_{HML,i}HML_t + \varepsilon_{it}$$

O termo $(R_{Mt} - R_{ft})$ representa o retorno em excesso da carteira de mercado a cada período e, portanto, é um valor diretamente disponível. SMB_t e HML_t representam o retorno dos fatores de estilo tamanho e valor, respectivamente. Esses valores, no entanto, devem ser calculados com base em carteiras diversificadas autofinanciáveis (de custo zero, *long-short*) montadas com base no tamanho e na relação VP/VM (valor patrimonial/valor de mercado) das empresas. Essas carteiras funcionam como aproximação (*proxy*) de fatores de risco da economia não explicitamente identificados e, por isso, também são chamadas de *mimicking portfolios*.

¹ Nós agradecemos as discussões com Ricardo Brito.

Esses são os fatores explicativos do modelo (lado direito da regressão).

Faltam os ativos a serem testados (lado esquerdo da regressão – *test assets*). Fama e French utilizam 25 carteiras de ações também formadas com base nas variáveis tamanho e VP/VM, sendo a metodologia similar à usada para construção dos fatores de estilo.

O cálculo dos fatores de estilo e das carteiras a serem testadas foi explicado em detalhes em um de nossos [posts](#). Vamos nos concentrar agora em alguns aspectos dessa metodologia.

2. Considerações sobre os fatores de estilo

Nós chamamos a atenção para três considerações sobre os fatores de estilo de FF. A primeira diz respeito à interpretação das carteiras *long-short* montadas por FF como uma representação de fatores de risco da economia. A segunda refere-se às regras de formação dessas carteiras, incluindo: (i) a forma de ordenamento das ações com base em cada critério, feito de forma independente e assimétrica por FF; e (ii) os pontos de corte escolhidos por FF para a definição de cada grupo, percentil 50 para o fator tamanho e percentis 30 e 70 para o fator valor. A última consideração inclui questões não abordadas na formação das carteiras hipotéticas de FF como, por exemplo, custos de transação.

2.1 Interpretação dos fatores de estilo

A principal controvérsia relacionada às carteiras *long-short* formadas por FF com base em atributos das empresas (os chamados fatores de estilo) diz respeito à sua interpretação como (*proxies* de) fatores de risco. Alguns pesquisadores afirmam que a motivação fornecida por FF é puramente empírica, sem uma teoria robusta que dê origem aos fatores SMB e HML.²

Outros alegam que há pouca evidência de que os fatores propostos estariam relacionados a riscos fundamentais na economia e, portanto, capturando a remuneração racional e compatível com esse risco.³ Caso os resultados encontrados sejam fruto de anomalias, esses devem desaparecer com o tempo e, por isso, tais carteiras não deveriam ser interpretadas como fatores de risco.

Apesar disso, há luz no final do túnel. Um estudo recente propõe uma forma de filtrar os fatores de estilo propostos por FF (chamados de *characteristic portfolios*), retirando a parte do risco não precificada pelo mercado. O resultado são carteiras eficientes (*characteristic-efficient portfolios*) que realmente representam fatores de risco. A dificuldade é o número relativamente elevado de ativos necessários para se implementar essa técnica.⁴

² Por exemplo, Hou, Xue e Zhang (2017, p. 38). Os próprios Fama e French reconhecem a natureza *ad hoc* dos fatores tamanho e valor em FF (1996, p. 69).

³ Daniel e Titman (1997 e 1998).

⁴ Daniel, Mota, Rottke e Santos (2020).

Outro estudo também recente investiga a fonte do prêmio de valor. Os autores têm uma motivação empírica contundente. Uma vez que se controla pelas mudanças no tamanho das empresas, a métrica VP/VM perde o poder de previsão do retorno das ações. Em outras palavras, o prêmio de valor é específico para variações na relação VP/VM relacionadas a mudanças no tamanho das empresas. Propõe-se, então, uma decomposição do fator valor em dois componentes. Um capturando tais variações e o outro as variações restantes, ou seja, não explicadas por mudanças no tamanho das empresas. Com isso, é possível capturar o prêmio de valor com uma redução no risco da estratégia de investimento.⁵

2.2 Regras de formação dos fatores de estilo

Um aspecto fundamental dos fatores de estilo de FF é que consigam capturar a variação comum nos retornos das ações devida a cada uma das características (tamanho e valor). Ou seja, o fator tamanho deve ser neutro em relação ao fator valor e de mercado, e o fator valor deve ser neutro em relação ao fator tamanho e de mercado. Para o fator valor, por exemplo, a diferença entre o retorno dos componentes *long* e *short* deve estar, em grande parte, livre da influência do fator tamanho e de mercado, focando assim na diferença de comportamento no retorno de empresas com alto e

baixo VP/VM. A separação por grupos em cada uma das dimensões tem essa finalidade. Nós exemplificamos esse efeito no Apêndice, utilizando resultados fornecidos por FF (1993).

Antes disso, no entanto, o leitor deve entender como cada grupo é definido e como as empresas são classificadas em cada um deles. Esses aspectos têm uma influência importante no desempenho de cada fator de estilo e são tratados a seguir.

(i) Forma de ordenamento das ações

Fama e French constroem os grupos de ações para o cálculo dos fatores de estilo de forma independente e assimétrica. De forma **independente** significa que cada ação é classificada com base no seu tamanho (empresas pequenas, *S - small*, e grandes, *B - big*) e, separadamente, com base na sua relação VP/VM (empresas com uma relação VP/VM baixa, *L - low*, média ou neutra, *N - neutral*, ou alta *H - high*). Esse agrupamento é usualmente chamado de 2 x 3 (dois grupos de tamanho e 3 de valor). A interseção entre essas classificações para cada empresa dá origem aos seis grupos de ações (SL, SN, SH, BL, BN, BH) utilizados por FF. De forma **assimétrica** significa que cada característica é dividida em uma quantidade de grupos diferente: dois grupos de tamanho e três grupos de valor.

É simples mostrar que o ordenamento independente não garante o mesmo número de ações em cada

⁵ Gerakos e Linnainmaa (2018).

uma das seis carteiras. Ao contrário, dependendo da correlação entre as características, algumas carteiras podem ter poucas ações ou, no caso extremo, nenhuma ação (ver exemplo abaixo).⁶

Isso é um problema visto que o número de ativos em cada carteira (SL, SN,...) afeta o índice de Sharpe do fator sendo calculado. Um número pequeno de ativos diminui o índice de Sharpe por introduzir risco idiossincrático e riscos não precificados na carteira. Ou seja, idealmente, cada carteira deve estar suficientemente diversificada. O pior cenário é observado quando o nível de diversificação varia entre as várias carteiras componentes de um determinado fator de estilo.⁷

Há evidência também de que o ordenamento independente faz com que empresas grandes se concentrem no grupo de crescimento (baixo VP/VM). Isso iria contra estratégias comuns de muitos gestores. Por exemplo, vários gestores focam em empresas grandes (com mais informação disponível e liquidez) e, nesse grupo, escolhem empresas de valor (alto VP/VM).⁸

Uma alternativa ao ordenamento independente é o chamado ordenamento **sequencial** (ou dependente). As empresas, primeiramente, são ordenadas e agrupadas por tamanho. Em seguida, dentro de cada grupo de tamanho, as empresas são

ordenadas e agrupadas por valor (relação VP/VM). Isso corresponderia melhor à forma como os gestores estruturam o seu processo de seleção de ativos.

Esse tipo de ordenamento garante o mesmo número de ações em cada carteira (SL, SN,...), evitando carteiras com um número relativamente baixo de ações. No entanto, com esse método, é possível que uma ação classificada como de baixo valor (empresa pequena do grupo SL, por exemplo) tenha uma relação VP/VM maior do que uma empresa classificada como de alto valor (empresa grande do grupo BH).

Vamos ilustrar o efeito do tipo de ordenamento usando como exemplo o caso de um corte transversal com 18 empresas em que os atributos tamanho e valor têm uma correlação perfeitamente negativa (igual a -1, caso extremo).⁹ Os grupos serão definidos de forma **assimétrica** (percentil 50 para o atributo tamanho e percentis 33,3 e 66,6 para a métrica de valor VP/VM).

A tabela e o gráfico abaixo mostram a classificação de cada empresa seguindo o **ordenamento independente** de FF. Como pode-se ver, nenhuma empresa é classificada como SL ou BH. Além disso, as outras carteiras não têm o mesmo número de empresas (3 para SN e BN e 6 para SH e BL).

⁶ Lambert, Fays e Hübner (2020).

⁷ Cochrane (2011, Apêndice B.1) e Lambert, Fays e Hübner (2020).

⁸ Chan, Dimmock e Lakonishok (2009).

⁹ Exemplo baseado em Lambert, Fays e Hübner (2020).

Ordenamento independente

Empresa	Tamanho	Class. Tam.	Valor	Class. Valor
1	180	B	0,1	L
2	170	B	0,2	L
3	160	B	0,3	L
4	150	B	0,4	L
5	140	B	0,5	L
6	130	B	0,6	L
7	120	B	0,7	N
8	110	B	0,8	N
9	100	B	0,9	N
10	90	S	1,0	N
11	80	S	1,1	N
12	70	S	1,2	N
13	60	S	1,3	H
14	50	S	1,4	H
15	40	S	1,5	H
16	30	S	1,6	H
17	20	S	1,7	H
18	10	S	1,8	H

Ordenamento independente

		Percentil 33,33 de valor		Percentil 66,66 de valor	
		Valor Baixo (L)		Valor Neutro (N)	Valor Alto (H)
Mediana de valor de mercado	Pequena (S)	SL		SN (90; 1,0) (80; 1,1) (70; 1,2)	SH (60; 1,3) (50; 1,4) (40; 1,5) (30; 1,6) (20; 1,7) (10; 1,8)
	Grande (B)	BL (180; 0,1) (170; 0,2) (160; 0,3) (150; 0,4) (140; 0,5) (130; 0,6)		BN (120; 0,7) (110; 0,8) (100; 0,9)	BH

Vamos comparar a classificação das mesmas empresas usando o **ordenamento sequencial** (tabela e gráfico abaixo). Agora, vemos que todas as carteiras têm o mesmo número de empresas (3). No entanto, a classificação de valor deixa de ser consistente entre grupos de tamanho. Por exemplo, veja que a empresa 12, classificada como de baixo valor (tam. 70; valor 1,2), tem uma relação VP/VM maior do que a empresa 7 (tam. 120; valor 0,7), que é classificada como de alto valor.

Os estudos mostram que a metodologia de construção dos fatores pode alterar significativamente os testes dos modelos de precificação. Nesse exemplo, utilizamos o agrupamento assimétrico (2 x 3). Fama e French (2015) comparam o desempenho de um modelo com o agrupamento tradicional (2 x 3) e com o agrupamento 2 x 2 (simétrico). Os autores concluem que o desempenho dos dois modelos é similar. De uma forma geral, no entanto, os melhores resultados são encontrados utilizando-se o ordenamento **sequencial** e **simétrico**.¹⁰

(ii) Pontos de corte para cada atributo

Para a definição dos grupos por característica, FF utilizam o percentil 50 para o atributo tamanho e os percentis 30 e 70 para o atributo valor de forma *ad hoc*. Ou seja, nenhuma análise ou justificativa é

fornecida para a escolha desses valores. No exemplo acima, nós utilizamos os percentis 33,3 e 66,6, para o atributo valor. Outros pesquisadores utilizam outros pontos de corte como 20/80.¹¹

Aqui existe o seguinte *trade off*. Cochrane (2011) mostra que o índice de Sharpe do fator estilo (carteira *long-short*) aumenta quanto maior for a distância entre os atributos médios da carteira *long* e da carteira *short*. Isso deve ser o caso para carteiras *long* e *short* com um número menor de ações em cada uma, como a carteira 20/80. No entanto, como mencionado anteriormente, carteiras com poucos ativos têm índices de Sharpe menores.

2.3 Outras considerações

Segundo Huij e Verbeek (2009), como as *proxies* para os fatores de risco têm como base carteiras de ações hipotéticas, não se leva em conta custos de transação, o impacto das transações no preço dos ativos (*trade impact*) e possíveis restrições de negociação. Isso faz com que os prêmios desses fatores sejam estimados abaixo ou acima do seu valor real. Os resultados indicam que o prêmio de valor calculado com a técnica usual é estimado acima do seu valor real.

¹⁰ Chan, Dimmock e Lakonishok (2009) e Lambert, Fays e Hübner (2020). Os últimos fornecem uma análise detalhada de vários casos.

¹¹ Stambaugh e Yuan (2017), por exemplo.

Ordenamento sequencial

Empresa	Tamanho	Class. Tam.	Valor	Class. Valor
1	180	B	0.1	L
2	170	B	0.2	L
3	160	B	0.3	L
4	150	B	0.4	N
5	140	B	0.5	N
6	130	B	0.6	N
7	120	B	0.7	H
8	110	B	0.8	H
9	100	B	0.9	H
10	90	S	1.0	L
11	80	S	1.1	L
12	70	S	1.2	L
13	60	S	1.3	N
14	50	S	1.4	N
15	40	S	1.5	N
16	30	S	1.6	H
17	20	S	1.7	H
18	10	S	1.8	H

Ordenamento sequencial

		Percentil 33,33 de valor		Percentil 66,66 de valor			
		Valor Baixo (L)		Valor Neutro (N)		Valor Alto (H)	
Pequena (S)	SL	(90; 1,0)	SN	(60; 1,3)	SH	(30; 1,6)	
		(80; 1,1)		(50; 1,4)		(20; 1,7)	
		(70; 1,2)		(40; 1,5)		(10; 1,8)	
Grande (B)	BL	(180; 0,1)	BN	(150; 0,4)	BH	(120; 0,7)	
		(170; 0,2)		(140; 0,5)		(110; 0,8)	
		(160; 0,3)		(130; 0,6)		(100; 0,9)	

Referências

- Chan, L. K. C., S. G. Dimmock e J. Lakonishok (2009), "Benchmarking money manager performance: issues and evidence", *Review of Financial Studies* 22 (11), 4553–4599.
- Cochrane, J. H. (2011), " Presidential address: discount rates", *Journal of Finance* 66 (4), 1047–1108.
- Cremers, M., A. Petajusto e E. Zitzewitz (2012), "Should benchmark indices have alpha? Revisiting performance evaluation", *Critical Finance Review* 2, 1–48.
- Daniel, K., L. Mota, S. Rottke e T. Santos (2020), "The cross-section of risk and returns", *Review of Financial Studies* 33 (5), 1927–1979.
- Daniel, K. e S. Titman (1997), "Evidence on the characteristics of cross sectional variation in stock returns ", *Journal of Finance* 52 (1), 1–33.
- Daniel, K. e S. Titman (1998), "Characteristics or covariances", *Journal of Portfolio Management* 24 (4), 24–33.
- Fama, E. F. e K. R. French (1992), "The cross-section of expected stock returns", *Journal of Finance* 47 (2), 427–465.
- Fama, E. F. e K. R. French (1993), "Common risk factors in the returns of stocks and bonds", *Journal of Financial Economics* 33 (1), 3–56.
- Fama, E. F. e K. R. French (1996), "Multifactor explanations of asset pricing anomalies", *Journal of Finance* 51 (1), 55–84.
- Fama, E. F. e K. R. French (2015), "A five-factor asset pricing model ", *Journal of Financial Economics* 116 (1), 1–22.
- Gerakos, J. e J. T. Linnainmaa (2018), "Decomposing value", *Review of Financial Studies* 31 (5), 1825–1854.
- Hou, K., X. Chen e L. Zhang (2017), "Replicating anomalies", Fisher College of Business Working Paper, WP 2017-10.
- Huij, J. e M. Verbeek (2009), "On the use of multifactor models to evaluate mutual fund performance", *Financial Management* 38 (1), 75–102.
- Lambert, M., B. Fays e G. Hübner (2020), "Factoring characteristics into returns: a clinical study on the SMB and HML portfolio construction methods", *Journal of Banking and Finance* 114 (May), 1–20.
- Stambaugh, R. F. e Y. Yuan (2017), "Mispricing factors", *Review of Financial Studies* 30 (4), 1270–1315.

Apêndice - Sensibilidade de carteiras hipotéticas de tamanho e valor aos fatores de risco

Nós queremos ilustrar a ideia de que as carteiras usadas para representar os fatores tamanho e valor são neutras em relação aos outros fatores de risco. Para isso, construímos carteiras hipotéticas de tamanho e valor usando a mesma metodologia usada por FF (1993) para a construção dos fatores de estilo. Em seguida, verificamos a sensibilidade de cada carteira a cada um dos três fatores.

Espera-se que a carteira de tamanho tenha uma sensibilidade (beta) igual a 1 com relação ao fator tamanho e zero com relação aos fatores de mercado e valor. Da mesma forma, espera-se que a carteira de valor tenha uma sensibilidade igual a 1 com relação ao fator valor e zero com relação aos fatores de mercado e tamanho.

A. Cálculo dos fatores de estilo

Primeiro, vamos lembrar como FF calculam o retorno dos fatores de estilo (*SMB* e *HML*). Seis grupos de ações (SL, SN, SH, BL, BN, BH) são formados com base nas métricas de tamanho e valor. O retorno de cada uma dessas carteiras é calculado ponderando-se cada ação em cada grupo pelo seu valor de mercado (*value-weighted*). O

retorno do fator tamanho (*SMB*) e valor (*HML*) em um determinado período (mês, por exemplo), então, pode ser expresso como:

$$SMB = \frac{(R_{SL} + R_{SN} + R_{SH})}{3} - \frac{(R_{BL} + R_{BN} + R_{BH})}{3}$$

empresas pequenas empresas grandes

$$HML = \frac{(R_{SH} + R_{BH})}{2} - \frac{(R_{SL} + R_{BL})}{2}$$

alto VP/VM baixo VP/VM

onde R_j representa o retorno de cada uma das 6 carteiras. Logo, o cálculo do fator em si é feito com base em uma média simples das carteiras envolvidas, o que atribui mais peso para empresas pequenas do que teriam caso a ponderação fosse feita por valor de mercado.¹²

Dessa forma, o fator *SMB* é a diferença entre o retorno de carteiras de ações de empresas pequenas e grandes supostamente com aproximadamente a mesma relação média de VP/VM. Logo, essa diferença deveria estar livre da influência da relação VP/VM. Para vermos isso de forma mais clara, vamos reescrever o fator tamanho controlando diretamente pelo fator valor em cada componente:

$$SMB = \frac{(R_{SL} - R_{BL})}{3} + \frac{(R_{SN} - R_{BN})}{3} + \frac{(R_{SH} - R_{BH})}{3}$$

VP/VM baixo VP/VM neutro VP/VM alto

¹² Cremers, Petajisto e Zitzewitz (2012) ressaltam a desvantagem desse método quando os fatores são usados para a avaliação de desempenho de fundos ativos.

Pode-se ver que o fator *SMB* é a soma do retorno de três componentes, todos calculados como a diferença entre o retorno de ações de empresas pequenas e grandes. Sendo assim, esse fator foca na diferença de comportamento no retorno de ações de empresas pequenas e grandes para diferentes níveis de VP/VM.

Da mesma forma, vemos que o fator *HML* é formado por dois componentes, um representando o retorno de uma carteira com um alto VP/VM e o outro o retorno de uma carteira com um baixo VP/VM. Logo, essa diferença deveria estar livre da influência do fator tamanho, focando assim na diferença de comportamento no retorno de empresas com alto e baixo VP/VM. Como antes, para melhor visualizarmos esse fato, vamos reescrever essa equação agora controlando pelo fator tamanho em cada componente:

$$HML = \underbrace{\frac{(R_{SH} - R_{SL})}{2}}_{\text{empresas pequenas}} + \underbrace{\frac{(R_{BH} - R_{BL})}{2}}_{\text{empresas grandes}}$$

No primeiro componente, calculamos a diferença de retorno entre duas carteiras de empresas pequenas, uma com um alto VP/VM e a outra com um baixo VP/VM. Fazemos o mesmo no segundo componente, onde só usamos o retorno de empresas grandes.

B. Cálculo e análise de carteiras hipotéticas de tamanho e valor

Vamos voltar à construção das nossas carteiras hipotéticas de tamanho e valor. Para construir tais carteiras, nós utilizamos os resultados fornecidos por FF (1993) relativos às regressões das 25 carteiras de teste em função dos fatores de mercado, tamanho e valor. A tabela abaixo replica parte da Tabela 6 de FF (1993) na qual os autores apresentam os betas de cada fator.

Extrato da Tabela 6 de FF (1993)

Size	Book-to-market quantiles				
	Beta (MKT)				
	Low: 1	2	3	4	High: 5
Small: 1	1,04	1,02	0,95	0,91	0,96
2	1,11	1,06	1,00	0,97	1,09
3	1,12	1,02	0,98	0,97	1,09
4	1,07	1,08	1,04	1,05	1,18
Big: 5	0,96	1,02	0,98	0,99	1,06

Size	Beta (SMB)				
	Low: 1	2	3	4	High: 5
	Low: 1	2	3	4	High: 5
Small: 1	1,46	1,26	1,19	1,17	1,23
2	1,00	0,98	0,88	0,73	0,89
3	0,76	0,65	0,60	0,48	0,66
4	0,37	0,33	0,29	0,24	0,41
Big: 5	-0,17	-0,12	-0,23	-0,17	-0,05

Size	Beta (HML)				
	Low: 1	2	3	4	High: 5
	Low: 1	2	3	4	High: 5
Small: 1	-0,29	0,08	0,26	0,40	0,62
2	-0,52	0,01	0,26	0,46	0,70
3	-0,38	0,00	0,32	0,51	0,68
4	-0,42	0,04	0,30	0,56	0,74
Big: 5	-0,46	0,00	0,21	0,57	0,76

Vamos começar montando a carteira hipotética do **fator tamanho**. Montamos uma carteira comprada nas ações de empresas pequenas (S: *small*) e vendida nas ações de empresas grandes (B: *big*), com pesos iguais de 20% para cada quintil de valor (v1 a v5). O retorno dessa carteira pode ser escrito como:

$$R_{\text{tamanho}} = \frac{(R_{Sv1} - R_{Bv1})}{5} + \frac{(R_{Sv2} - R_{Bv2})}{5} + \frac{(R_{Sv3} - R_{Bv3})}{5} + \frac{(R_{Sv4} - R_{Bv4})}{5} + \frac{(R_{Sv5} - R_{Bv5})}{5}$$

Nós estamos interessados nos betas dessa carteira de tamanho com relação a cada um dos fatores de risco. Começando pelo beta de mercado (M), temos que:

$$\beta_{\text{tamanho},M} = \frac{(\beta_{M,Sv1} - \beta_{M,Bv1})}{5} + \frac{(\beta_{M,Sv2} - \beta_{M,Bv2})}{5} + \frac{(\beta_{M,Sv3} - \beta_{M,Bv3})}{5} + \frac{(\beta_{M,Sv4} - \beta_{M,Bv4})}{5} + \frac{(\beta_{M,Sv5} - \beta_{M,Bv5})}{5}$$

Substituindo os valores apresentados na tabela acima, temos:

$$\beta_{\text{tamanho},M} = \frac{(1,04 - 0,96)}{5} + \frac{(1,02 - 1,02)}{5} + \frac{(0,95 - 0,98)}{5} + \frac{(0,91 - 0,99)}{5} + \frac{(0,96 - 1,06)}{5} = -0,026$$

Os betas com relação aos outros fatores ($\beta_{\text{tamanho},HML}$ e $\beta_{\text{tamanho},SMB}$) são calculados da mesma maneira.

Para a carteira que simula o **fator valor**, seguimos o mesmo procedimento. Montamos uma carteira comprada nas ações de alto VP/VM (H: *high*) e vendida nas ações com baixo VP/VM (L: *low*), com pesos iguais de 20% para cada quintil de tamanho (t1 a t5). O retorno dessa carteira pode ser expresso como:

$$R_{\text{valor}} = \frac{(R_{t1H} - R_{t1L})}{5} + \frac{(R_{t2H} - R_{t2L})}{5} + \frac{(R_{t3H} - R_{t3L})}{5} + \frac{(R_{t4H} - R_{t4L})}{5} + \frac{(R_{t5H} - R_{t5L})}{5}$$

Novamente, estamos interessados nos betas dessa carteira de valor com relação a cada um dos fatores de risco. Começando pelo beta de mercado (M), temos que:

$$\beta_{\text{valor},M} = \frac{(\beta_{M,t1H} - \beta_{M,t1L})}{5} + \frac{(\beta_{M,t2H} - \beta_{M,t2L})}{5} + \frac{(\beta_{M,t3H} - \beta_{M,t3L})}{5} + \frac{(\beta_{M,t4H} - \beta_{M,t4L})}{5} + \frac{(\beta_{M,t5H} - \beta_{M,t5L})}{5}$$

E substituindo os valores apresentados por FF, temos:

$$\beta_{\text{valor},M} = \frac{(0,96 - 1,04)}{5} + \frac{(1,09 - 1,11)}{5} + \frac{(1,09 - 1,12)}{5} + \frac{(1,18 - 1,07)}{5} + \frac{(1,06 - 0,96)}{5} = 0,016$$

Os betas para essa carteira de valor com relação aos fatores valor e tamanho ($\beta_{\text{valor},HML}$ e $\beta_{\text{valor},SMB}$) são calculados da mesma forma. A tabela abaixo apresenta cada um dos betas para as carteiras de tamanho e valor.

Betas das carteiras de tamanho e valor			
Carteira	Beta (MKT)	Beta (SMB)	Beta (HML)
Tamanho	-0.026	1.410	-0.002
Valor	0.016	-0.056	1.114

Como esperado, a carteira de tamanho é primordialmente sensível a variações no fator tamanho (β_{SMB}) e praticamente neutra ao fator valor (β_{HML}). O beta de mercado (β_{MKT}) é ligeiramente negativo, indicando uma variação oposta a movimentos do mercado como um todo.

Já a carteira de valor é sensível a variações no fator valor, sendo aproximadamente neutra ao fator de mercado e tendo uma pequena sensibilidade (negativa) ao fator tamanho. O sinal negativo indica que essa carteira tem uma leve exposição a ações de empresas grandes, o que, idealmente, não deveria ser o caso.

Em geral, pode-se dizer que a metodologia de FF (1993) cumpre o objetivo de gerar carteiras que funcionam como *proxies* para os fatores de estilo. Ou seja, com sensibilidade aproximadamente igual a 1 com relação ao fator de risco em questão e zero com relação aos outros fatores de risco.

Mais informações

Marco Lyrio, PhD

marco.lyrio@daocapital.com.br

Relação com Investidores – RI DAO Capital

ri@daocapital.com.br

Disclaimers

Este é um material de caráter educativo e não deve servir como base para tomada de decisões de investimento.

A DAO Capital pode ser contatada por meio dos seguintes canais: SAC: (11) 3884.1888 - dias úteis das 9h às 18h; www.daocapital.com.br - Seção Contato. Se a solução apresentada pelo SAC não for satisfatória, acesse a Ouvidoria: (11) 3884-1888 - dias úteis das 9h às 12h - 14h às 18h, <https://ouvidoria.daocapital.com.br>. Correspondências ao SAC e Ouvidoria podem ser dirigidas ao endereço da DAO Capital na Rua Pedroso Alvarenga, 691 – Cj. 708 – São Paulo – SP Cep. 04531-011. SUPERVISÃO E FISCALIZAÇÃO: Comissão de Valores Mobiliários CVM. Serviço de Atendimento ao Cidadão em www.cvm.gov.br

Esta publicação é de propriedade da DAO Capital LTDA.

